

Samuel Scherrer  
samuel.scherrer@iws.uni-stuttgart.de  
Institut für Wasser- und Umweltsystemmodellierung  
Pfaffenwaldring 61, 70569 Stuttgart

## Analytische Berechnung periodisch betriebener Wärmequellen im Untergrund

Samuel Scherrer\*  
Claus Haslauer  
Holger Class  
Norbert Klaas  
Jürgen Braun

### Motivation

Die Temperaturentwicklung um oberflächennahe Erdwärmetauscher wie z.B. Erdwärmekollektoren (EWK) oder Erdwärmesonden (EWS) wird meist mit Hilfe numerischer Modelle berechnet. Dabei werden die Randbedingungen wie z.B. Rohreintrittstemperaturen zeitlich sehr fein diskretisiert.

Für Abschätzungen oder Bewertungen der Temperaturentwicklung unter verschiedenen Lastfällen basierend auf limitierten Daten, wie z.B. mittleren monatlichen Heizleistungen, können aber auch analytische Lösungen der Wärmeleitungsgleichung (WLG) hilfreich sein, da diese effizienter berechnet werden können.

Da viele technische Wärmequellen oder -senken im Tages- oder Jahresverlauf näherungsweise periodisch betrieben werden, bieten sich für langfristige Prognosen nach vielen Zyklen Methoden der Fourieranalyse an.

### Periodische Lösungen der WLG

Als Ausgangspunkt betrachten wir die WLG mit einer endlichen, periodisch angeregten Linienquelle entlang der z-Achse mit Quellfunktion

$$q(t) = \sum_{l=0}^n q_l e^{i2\pi f_l t}$$

Die WLG kann mit dieser Quellfunktion im Fourierraum gelöst werden. Durch Rücktransformation erhalten wir im Zeitbereich

$$T(x, y, z, t) = \sum_{l=0}^n \frac{q_l}{4\pi\lambda} e^{i2\pi f_l t} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{e^{-(1 + \frac{f_l}{|f_l|}i) \sqrt{\frac{\pi|f_l|}{D_t}} (x^2 + y^2 + (z - z')^2)}}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}} dz'$$

Das Integral kann numerisch genähert werden. Da es nicht von der Amplitude der Quellfunktion abhängt, können Szenarien mit unterschiedlicher Amplitude sehr schnell berechnet werden.

Felder aus mehreren Rohren können durch Superposition berechnet werden. Mittels der Spiegelladungsmethode kann am oberen Rand auch eine feste Temperaturrandbedingung oder eine adiabate Geländeoberkante (GOK) gesetzt werden.

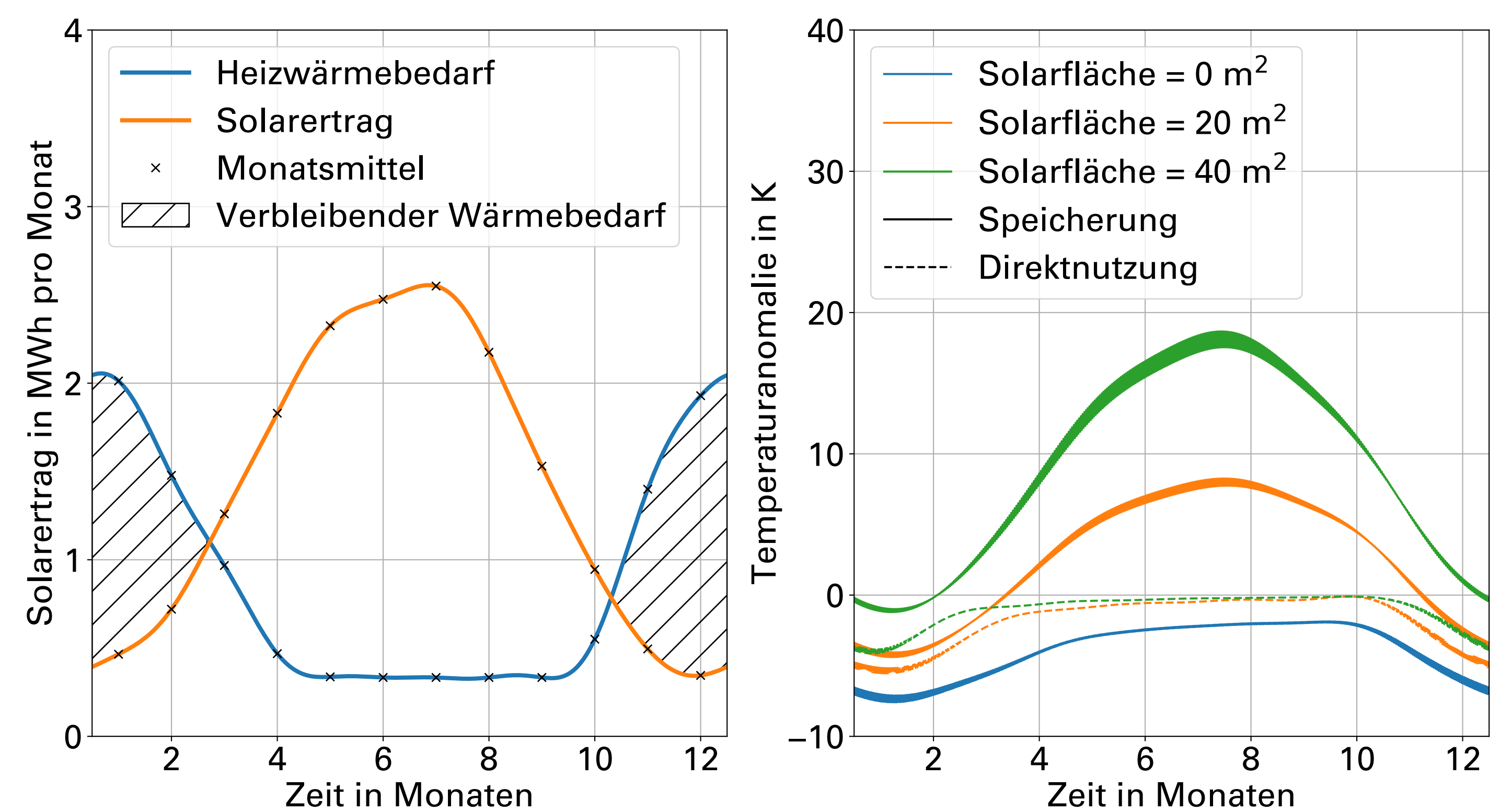
Die periodischen Anregungsfunktionen können aus monatlichen Heizbedarfsdaten mittels diskreter Fouriertransformation erlangt werden. Auf die gleiche Art und Weise können so auch monatliche Solarerträge für Speicher-Szenarien miteinbezogen werden.

### Speicherung solarer Wärme in EWKs

Mittels der oben beschriebenen Methode untersuchten wir den Effekt der Speicherung solarer Wärme in EWKs für ein Referenzgebäude in Südwestdeutschland [1]. Die Dimensionierung des EWK erfolgte nach VDI 4640 Blatt 2 [2]. Die von der Solaranlage gelieferte Energiemenge wurde basierend auf monatlichen Strahlungsdaten abgeschätzt. Als obere Randbedingung wurde eine feste Temperatur gewählt. Zusätzlich zu den monatlichen Daten wurde ein tägliches harmonisches Signal zur Quellenfunktion. Die Ergebnisse sind in Abbildung 1 dargestellt.

#### References

- [1] Dott, R.; Haller, M. Y.; Ruschenburg, J.; Ochs, F. & Bony, J., The Reference Framework for System Simulations of the IEA SHCTask 44 / HPP Annex 38, IEA SHC, **2013**
- [2] VDI, Richtlinie 4640 Blatt 2: Thermische Nutzung des Untergrunds - Erdgekoppelte Wärmepumpenanlagen, **2019**
- [3] Lei, F.; Hu, P.; Zhu, N. & Wu, T., Periodic heat flux composite model for borehole heat exchanger and its application, Applied Energy, **2015**, 151, 132 - 142

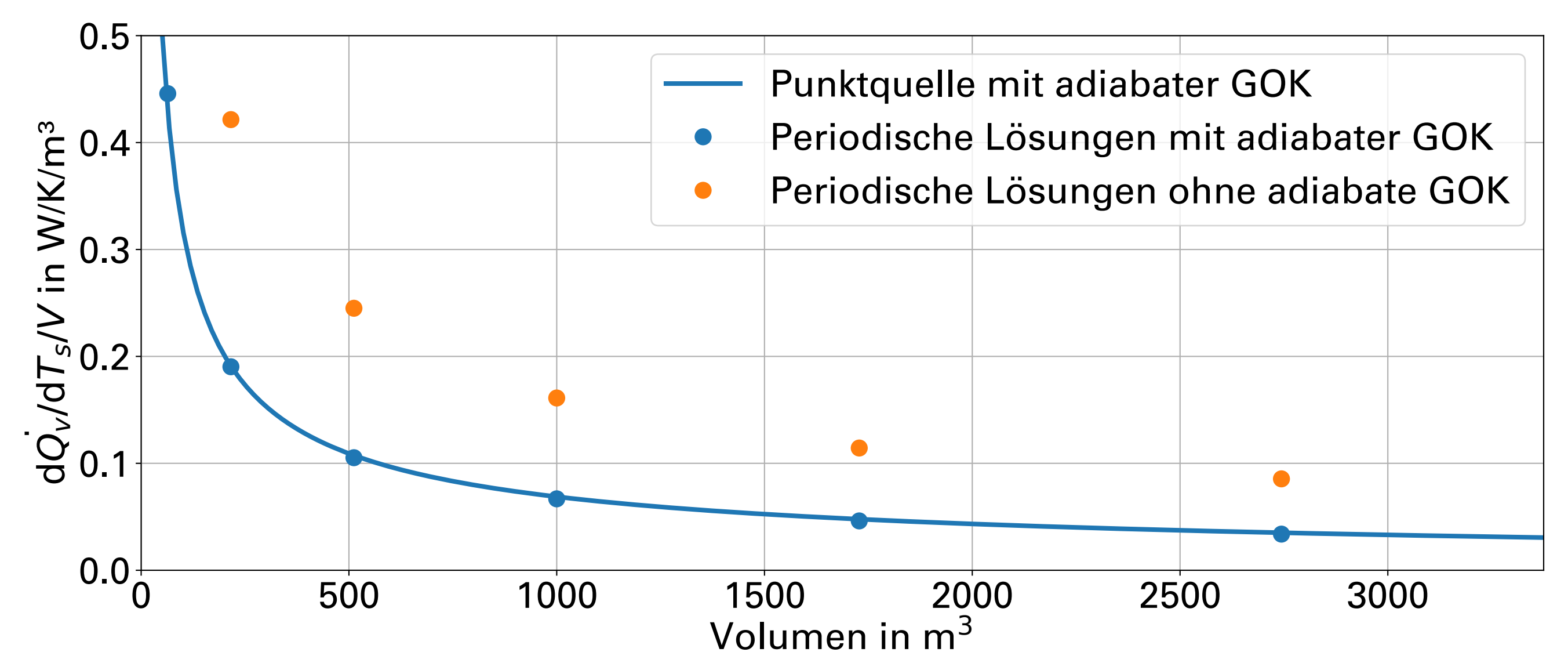


**Abbildung 1:** Links: Monatliche Heizbedarfswerte und Solarertrag bei 20m² Solarfläche. Schon durch direkte Nutzung der Solarenergie ohne Speicherung reduziert sich der verbleibende Wärmebedarf stark (schraffierte Fläche). Rechts: Jahresverlauf der Temperaturanomalie in der Mitte des EWK bei reiner Direktnutzung der Solarwärme (gestrichelt) und bei Speicherung (durchgezogen) für 3 verschiedene Solarflächen.

### Abschätzung von Speicherverlusten

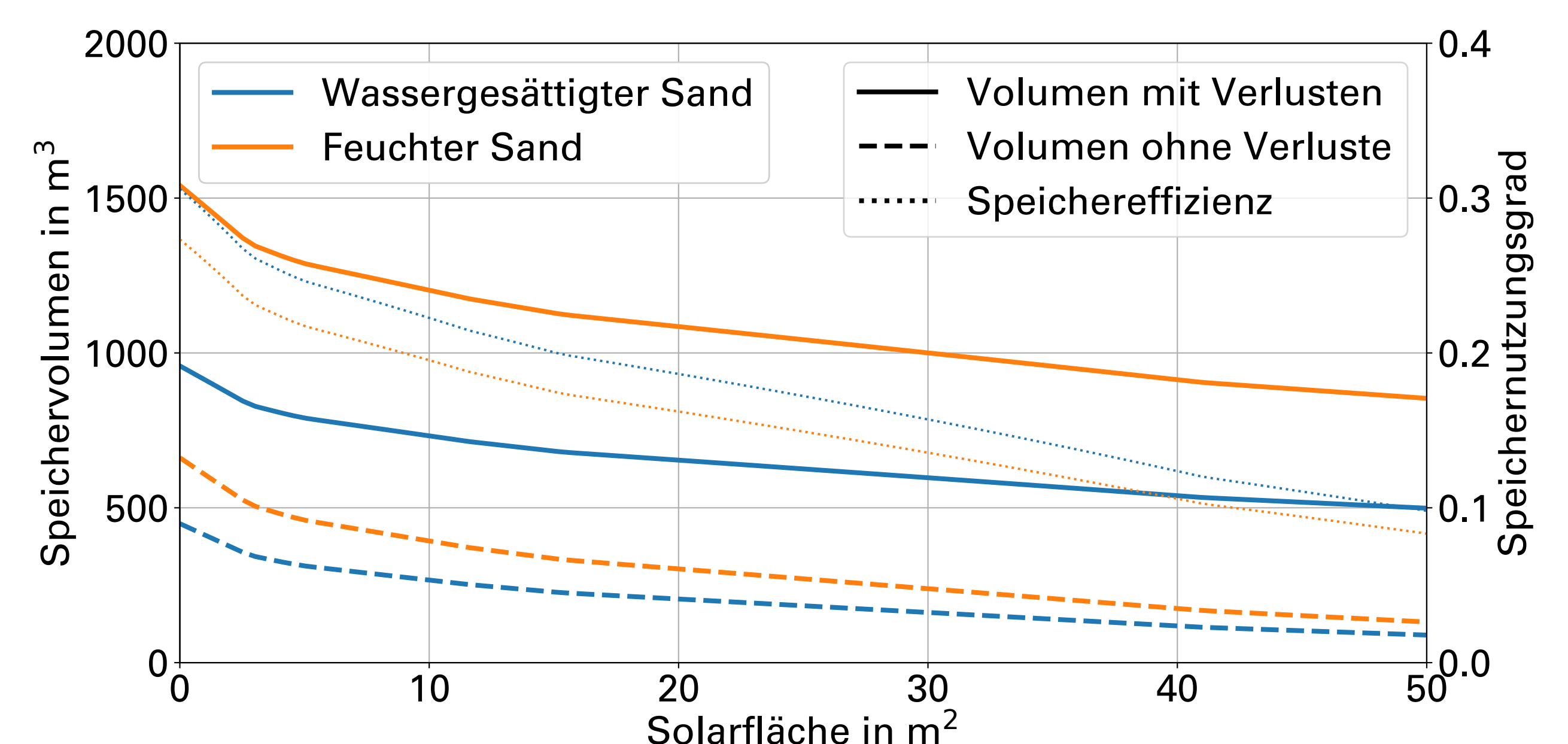
Mittels der beschriebenen Methode können auch Speicherverluste für Erdsondenspeicher einfach abgeschätzt werden. Da die periodischen Anteile der Quellfunktion im Jahresverlauf ausgeglichen sind, entsprechen die Verluste stets dem konstanten Anteil ( $f = 0$  Hz) der Quellfunktion.

Damit kann für eine gegebene Quellfunktion sowohl die mittlere Speichertemperatur als auch der Wärmeverlust berechnet werden.



**Abbildung 2:** Änderung des Verlustwärmestroms bei Änderung der Speichertemperatur pro Speichervolumen. Die Ergebnisse mit adiabater GOK stellen eine Abschätzung nach unten dar, die Ergebnisse ohne adiabate GOK eine Abschätzung nach oben. Ergebnisse bei Annäherung des Speichers als Punktquelle sind ebenfalls dargestellt und decken sich sehr gut mit dem Ergebnis der periodischen Lösung.

Als weiteres Szenario wurde das nötige Volumen und der Speichernutzungsgrad eines Erdsondenspeichers auf Nutztemperatur (mittlere Temperatur = 50°C, Amplitude = 30K) mit verschiedenen Bodenparametern durch Näherung des Speichers als Punktquelle berechnet, basierend auf den vorher verwendeten Wärmebedarfs- und Solarertragsdaten.



**Abbildung 3:** Nötige Volumen und Speichernutzungsgrade für einen sehr kleinen Erdsondenspeicher. Dabei ist das Volumen eine Abschätzung nach unten, der Speichernutzungsgrad eine Abschätzung nach oben.

### Fazit

Mittels analytischer Methoden konnten verschiedene Szenarien zur Wärmespeicherung im Untergrund ohne komplexe Modelle oder Daten analysiert werden. Die Methode kann weiterhin zur Definition eines Einflussbereichs bzw. eines periodic thermal response factor [3] fluktuierender Wärmequellen in anderen technischen Anwendungen, wie z.B. thermischer in-situ Sanierung verwendet werden.